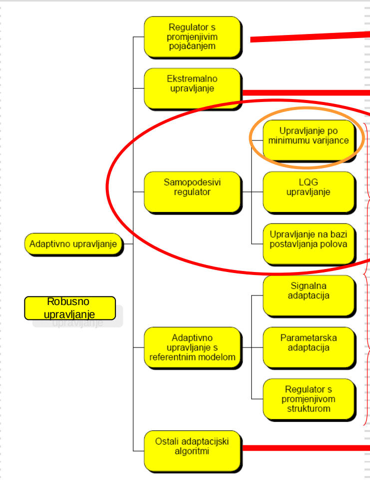
Adaptivno upravljanje

Samopodesivi regulator s upravljanjem po minimumu varijance

prof. dr. sc. Željko Ban

e-mail: *zeljko.ban@fer.hr*

Podjela adaptivnog upravljanja



- primjena :
  - nelinearni proces poznatih parametara i strukture
  - promjena radne točke

- Održavanje kriterija kvalitete u ekstremu

- primjena :
  - sustavi s trajnom pobudom stohastičkim poremećajnim signalom
- karakteristike:
  - estimacija parametara procesa
  - određivanje zakona upravljanja minimiziranjem kriterija kvalitete (diofantova jednadžba)

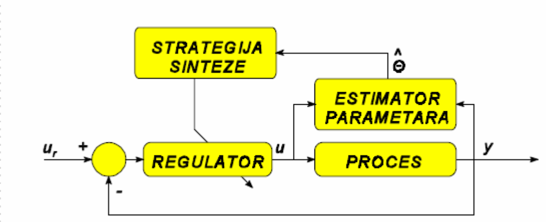
- primjena :
  - sustavi s promjenjivim parametrima i determinističkom pobudom
- karakteristike:
  - referentni model željenih karakteristika
  - podesivi sustav slijedi referentni model
  - pogreška slijeđenja teži nuli

- neizrazito adaptivno upravljanje
- adaptivno upravljanje na osnovi neuronskih mreža
- druga adaptivna upravljanja
- (izučavaju se unutar osnovnog područja kojem pripadaju)

Adaptivno upravljanje na osnovi minimuma varijance

- Zasniva se na minimizaciji varijance izlaznog signala
- Primjena
  - Stohastički sustavi
  - Poremećaji tipa bijelog šuma
- Karakteristike
  - veliki signali upravljanja
  - ovisnost o frekvenciji diskretizacije
    - velika frekvencija – velika varijanca u(k)

$$\boxed{J_{MV} = E\left\{y^2(k)\right\}}$$



Adaptivno upravljanje na osnovi minimuma varijance

- Ideja
  - Poništavanje d koračne predikcije izlaznog signala procesa u trenutku k
    - d – kašnjenje procesa
- Regulator će dobro raditi uz
  - dobru predikciju
  - spori poremećaji na proces
  - mali horizont predikcije
- Algoritam regulatora se zasniva na
  - optimalnom d-koračnom prediktoru
    - u koraku k daje predikciju izlaza procesa za trenutak k+d
  - minimalnoj pogrešci predikcije
    - minimizacija varijance pogreške predikcije
      - *(jer se radi o stohastičkom sustavu)*

Adaptivno upravljanje na osnovi minimuma varijance

Pogreška predikcije

$$\boxed{\tilde{y}(k+d|k) = y(k+d) - \hat{y}(k+d|k)}$$

gdje je:

$y(k+d)$ izlazni signal procesa u trenutku k+d

$\hat{y}(k+d|k)$ estimirani izlazni signal procesa u trenutku k za trenutak k+d na osnovi poznatih signala do k-tog trenutka

$\tilde{y}(k+d|k)$ greška predikcije za trenutak k+d na osnovi poznatih signala do k-tog trenutka

Traži se

$$E\left\{\tilde{y}^2(k+d|k)\right\} = \min$$

gdje je E matematičko očekivanje

Adaptivno upravljanje na osnovi minimuma varijance

Matematički model procesa

$$\boxed{A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k) + C(q^{-1})e(k)}$$

gdje je:

$e(k)$ bijeli šum sa $E\{e(k)\} = 0$ i $E\{e^2(k)\} = \sigma_e^2$

$$\boxed{y(k+d) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(k) + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})}e(k+d)}$$

Moving Average dio odziva

Uz ulazni signal u(k)=0 (*ARMA model*) izlazni signal ima oblik:

$$\boxed{y_{MA}(k+d) = \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})}e(k+d) = \Gamma(q^{-1})e(k+d)}$$

gdje je

$$\Gamma(q^{-1}) = 1 + \gamma_1 q^{-1} + \gamma_2 q^{-2} + \ldots$$

Poliom beskonačnog reda nastao dijeljenjem polinoma C i A (konvergira uz C je Hurwitzov polinom)

Adaptivno upravljanje na osnovi minimuma varijance

e(k) se određuje iz prethodne realizacije izlaznog signala

$$\boxed{e(k)=\frac{A(q^{-1})}{C(q^{-1})}y(k)=\left[\Gamma(q^{-1})\right]^{-1}y(k)}$$

e(k) – bijeli šum
ne može se predvidjeti signal na osnovi prethodnog

Dijeljenje jednadžbe na dio do trenutka k (poznati dio) i nepredvidivi dio u trenutku k

$$y_{MA}(k+d)=\underbrace{e(k+d)+\gamma_1 e(k+d-1)+\ldots+\gamma_{d-1}e(k+1)}_{\text{Nepredvidivo u trenutku k}}+$$

$$+\underbrace{\gamma_d e(k)+\gamma_{d+1}e(k-1)+\gamma_{d+2}e(k-2)+\ldots}_{\text{Poznato u trenutku k}}$$

U trenutku k predikcija se može raditi temeljem poznatog dijela

$$\boxed{\hat{y}_{MA}(k+d\,|\,k)=\underbrace{\gamma_d e(k)+\gamma_{d+1}e(k-1)+\gamma_{d+2}e(k-2)+\ldots}_{\text{Poznato u trenutku k}}}$$

Adaptivno upravljanje na osnovi minimuma varijance

Pogreška predikcije MA procesa određena je nepredvidivim dijelom u trenutku k

$$\tilde{y}_{MA}(k+d\,|\,k)=y(k+d)-\hat{y}_{MA}(k+d\,|\,k)$$

$$\tilde{y}_{MA}(k+d\,|\,k)=\underbrace{e(k+d)+\gamma_1 e(k+d-1)+\ldots+\gamma_{d-1}e(k+1)}_{\text{Nepredvidivo u trenutku k}}$$

Faktorizacija polinoma

$$\boxed{\begin{aligned} y_{MA}(k+d)&=\frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})}e(k+d)=\Gamma(q^{-1})e(k+d)\\ &=R'(q^{-1})e(k+d)+\frac{S(q^{-1})}{A(q^{-1})}e(k)\end{aligned}}$$

gdje su

$$R'(q^{-1})=1+r_1^{\prime}q^{-1}+\ldots+r_{d-1}^{\prime}q^{-d+1} \longrightarrow \text{Nepredvidivi dio}$$

$$S(q^{-1})=s_0+s_1q^{-1}+\ldots+s_{n-1}q^{-n+1}$$

Adaptivno upravljanje na osnovi minimuma varijance

$$\boxed{\begin{aligned} y_{MA}(k+d) &= \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})}e(k+d) = \Gamma(q^{-1})e(k+d) \\ &= R'(q^{-1})e(k+d) + \frac{S(q^{-1})}{A(q^{-1})}e(k) \end{aligned}}$$

Diophantova jednadžba

$$\boxed{C(q^{-1}) = A(q^{-1})R'(q^{-1}) + q^{-d}S(q^{-1})}$$

odnosno

$$\boxed{q^{d-1}C(q) = A(q)R'(q) + S(q)}$$

Polinomi R i S su kvocijent i ostatak dijeljenja $q^{d-1}C(q)$ s polinomom $A(q)$

Optimalni prediktor

Optimalni prediktor dobije se minimizacijom varijance pogreške predikcije

$$\boxed{E\{\tilde{y}^2_{MA}(k+d|k)\} = E\{[y_{MA}(k+d) - \hat{y}_{MA}(k+d|k)]^2\} = \min}$$

$$y_{MA}(k+d) = \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})}e(k+d) = R'(q^{-1})e(k+d) + \frac{S(q^{-1})}{A(q^{-1})}e(k)$$

$$y_{MA}(k) = \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})}e(k)$$

$$\boxed{E\{\tilde{y}^2_{MA}(k+d|k)\} = E\left\{\left[R'(q^{-1})e(k+d) + \frac{S(q^{-1})}{C(q^{-1})}y_{MA}(k) - \hat{y}_{MA}(k+d|k)\right]^2\right\} = \min}$$

$$\boxed{\begin{aligned} E\{\tilde{y}^2_{MA}(k+d|k)\} &= E\{[R'(q^{-1})e(k+d)]^2\} + E\left\{\left[\frac{S(q^{-1})}{C(q^{-1})}y_{MA}(k) - \hat{y}_{MA}(k+d|k)\right]^2\right\} + \\ &+2E\left\{[R'(q^{-1})e(k+d)]\left[\frac{S(q^{-1})}{C(q^{-1})}y_{MA}(k) - \hat{y}_{MA}(k+d|k)\right]\right\} \end{aligned}}$$

Optimalni prediktor

Optimalni prediktor dobije se minimizacijom varijance pogreške predikcije

$$E\{\tilde{y}_{MA}^2(k+d|k)\} = E\left\{\left[R'(q^{-1})e(k+d)\right]^2\right\} + E\left\{\left[\frac{S(q^{-1})}{C(q^{-1})}y_{MA}(k) - \hat{y}_{MA}(k+d|k)\right]^2\right\} +$$

$$\underbrace{+2E\left\{\left[R'(q^{-1})e(k+d)\right]\left[\frac{S(q^{-1})}{C(q^{-1})}y_{MA}(k) - \hat{y}_{MA}(k+d|k)\right]\right\}}_{=0}$$

$e(k+d),\quad e(k+d-1),\quad \ldots,\quad e(k+1)$

$y_{MA}(k),\quad y_{MA}(k-1),\quad \ldots$

Sekvenca signala e nezavisna od varijable y (vremenski različiti trenuci)
e – bijeli šum (srednja vrijednost 0)

Treći član sume je 0
Minimizacija – izjednačenje 2. člana sume s nulom

$$\frac{S(q^{-1})}{C(q^{-1})}y_{MA}(k) - \hat{y}_{MA}(k+d|k) = 0$$

$$\downarrow$$

$$\hat{y}_{MA}(k+d|k) = \frac{S(q^{-1})}{C(q^{-1})}y_{MA}(k)$$

Optimalni prediktor

Uz prediktor oblika

$$\hat{y}_{MA}(k+d|k) = \frac{S(q^{-1})}{C(q^{-1})}y_{MA}(k)$$

Varijanca pogreške predikcije ima oblik

$$E\{\tilde{y}_{MA}^2(k+d|k)\} = E\left\{\left[R'(q^{-1})e(k+d)\right]^2\right\} = \left(1 + r_1'^2 + \ldots + r_{d-1}'^2\right)\sigma_e^2$$

Optimalni prediktor ARMAX modela

Uzimajući u obzir ARMAX model procesa

$$y(k+d)=\frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(k)+\frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})}e(k+d)=\frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(k)+y_{MA}(k+d)$$

Predikcijska forma ARMAX modela procesa ima oblik

$$\boxed{y(k+d)=R'(q^{-1})e(k+d)+\frac{S(q^{-1})}{A(q^{-1})}e(k)+\frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(k)}$$

Izražavajući y(k) za ARMAX model u obliku

$$y(k)=q^{-d}\frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(k)+\frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})}e(k)$$

pogreška e(k) se može izraziti sa

$$e(k)=\frac{A(q^{-1})}{C(q^{-1})}y(k)-q^{-d}\frac{B(q^{-1})}{C(q^{-1})}u(k)$$

Predikcijska forma ARMAX modela procesa ima oblik

$$\boxed{y(k+d)=R'(q^{-1})e(k+d)+\frac{S(q^{-1})}{A(q^{-1})}\left[\frac{A(q^{-1})}{C(q^{-1})}y(k)-q^{-d}\frac{B(q^{-1})}{C(q^{-1})}u(k)\right]+\frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(k)}$$

Optimalni prediktor ARMAX modela

Predikcijska forma ARMAX modela procesasređenjem poprima oblik

$$\boxed{\begin{aligned}&y(k+d)=R'e(k+d)+\frac{S}{C}y(k)+\frac{B(C-q^{-d}S)}{AC}u(k)=\\&=R'e(k+d)+\frac{S}{C}y(k)+\frac{BR'}{C}u(k)\end{aligned}}$$

Optimalni prediktor se dobije iz minimuma varijance predikcijske pogreške

$$\boxed{E\{\tilde{y}^2(k+d\,|\,k)\}=E\{[y\ (k+d)-\hat{y}\ (k+d\,|\,k)]^2\}=\min}$$

$$\boxed{\begin{aligned}&E\{\tilde{y}^2(k+d\,|\,k)\}=E\{[R'e(k+d)]^2\}+E\left\{\left[\frac{S}{C}y(k)+\frac{BR'}{C}u(k)-\hat{y}(k+d\,|\,k)\right]^2\right\}+\\&+2E\left\{[R'e(k+d)]\left[\frac{S}{C}y(k)+\frac{BR'}{C}u(k)-\hat{y}(k+d\,|\,k)\right]\right\}\end{aligned}}$$

Optimalni prediktor ARMAX modela

$$E\left\{\tilde{y}^2(k+d|k)\right\}=E\left\{\left[R'e(k+d)\right]^2\right\}+E\left\{\left[\frac{S}{C}y(k)+\frac{BR'}{C}u(k)-\hat{y}(k+d|k)\right]^2\right\}+$$
$$+2E\left\{\left[R'e(k+d)\right]\left[\frac{S}{C}y(k)+\frac{BR'}{C}u(k)-\hat{y}(k+d|k)\right]\right\}$$

Zbog nekoreliranosti signala 3. član je nula,
a minimum se postiže izjednačenjem s nulom 2. člana

$$\hat{y}(k+d|k)=\frac{S}{C}y(k)+\frac{BR'}{C}u(k)$$

Uz tako odabrani prediktor pogreška predikcije ima oblik

$$\tilde{y}(k+d|k)=y(k+d)-\hat{y}(k+d|k)=R'e(k+d)$$

a njena varijanca

$$E\left\{\tilde{y}_{MA}^2(k+d|k)\right\}=E\left\{\left[R'(q^{-1})e(k+d)\right]^2\right\}=\left(1+r_1'^2+\ldots+r_{d-1}'^2\right)\sigma_e^2$$

Optimalni prediktor ARMAX modela

$$\hat{y}(k+d|k)=\frac{S}{C}y(k)+\frac{BR'}{C}u(k) \qquad y(k+d)=\tilde{y}(k+d|k)+\hat{y}(k+d|k)$$

Optimalni prediktor se može prikazati kao deterministički sustav s 2 ulaza u(k) i y(k) te greškom predikcije koja je MA proces

Izlaz procesa u prediktivnoj formi ima oblik

$$\tilde{y}(k+d|k)=y(k+d)-\hat{y}(k+d|k)=R'e(k+d)$$

Ove dvije komponente su ortogonalne, jer predikcija ovisi o slučajnim poremećajima do trenutka k, a pogreška o slučajnim poremećajima nakon trenutka k.
Kriterij optimalnosti se može rastaviti u 2 dijela .
Za optimalni prediktor vrijedi

$$E\left\{\tilde{y}(k+d|k)\right\}=0$$
$$E\left\{\tilde{y}^2(k+d|k)\right\}=\text{minimalna}$$

Optimalni prediktorj je i minimum varijancni estimator

Regulator po minimumu varijance

- Upravljanje stohastičkim sustavima
- Signal upravljanja poništava d-koračnu predikciju izlaznog signala procesa *y(k+d|k)*
- Pretpostavka kauzalnog upravljanja
  - u(k) ovisi o
    - y(k), y(k-1), ..., u(k-1), u(k-2), ...
      - ne ovisi o budućim signalima y i u.
  - Varijanca izlaznog signala prethođenog za d koraka

$$y(k+d)=R'e(k+d)+\frac{S}{C}y(k)+\frac{B\left(C-q^{-d}S\right)}{AC}u(k)=R'e(k+d)+\frac{S}{C}y(k)+\frac{BR'}{C}u(k)$$

  - ima oblik

$$\boxed{\begin{aligned}&E\left\{y^2(k+d)\right\}=E\left\{\left[R'e(k+d)\right]^2\right\}+E\left\{\left[\frac{S}{C}y(k)+\frac{BR'}{C}u(k)\right]^2\right\}\\&+2E\left\{\left[R'e(k+d)\right]\left[\frac{S}{C}y(k)+\frac{BR'}{C}u(k)\right]\right\}\end{aligned}}$$

Regulator po minimumu varijance

$$E\left\{y^2(k+d)\right\}=E\left\{\left[R'e(k+d)\right]^2\right\}+E\left\{\left[\frac{S}{C}y(k)+\frac{BR'}{C}u(k)\right]^2\right\}+2E\left\{\left[R'e(k+d)\right]\left[\frac{S}{C}y(k)+\frac{BR'}{C}u(k)\right]\right\}$$

- Zadnji sumand je nula zbog različitih vremena uzoraka e(k+d) u odnosu na y(k) i u(k)
  - e – je bijeli šum koji se ne može predvidjeti iz prošlih koraka y i u
  - očekivanje 0
- Minimum varijance se postiže uz izjednačavanje 2. sumanda s nulom
- Upravljanje po minimumu varijance bit će ostvareno uz

$$\frac{S\left(q^{-1}\right)}{C\left(q^{-1}\right)}y(k)+\frac{B\left(q^{-1}\right)R'\left(q^{-1}\right)}{C\left(q^{-1}\right)}u(k)=0$$

- Odnosno

$$\boxed{B\left(q^{-1}\right)R'\left(q^{-1}\right)u(k)=-S\left(q^{-1}\right)y(k)}$$

Regulator po minimumu varijance

$$B(q^{-1})R'(q^{-1})u(k) = -S(q^{-1})y(k)$$

- Zakon upravljanja po minimumu varijance ima oblik

$$\boxed{u(k) = \frac{-S(q^{-1})}{B(q^{-1})R'(q^{-1})}y(k) = -\frac{S(q^{-1})}{R(q^{-1})}y(k)}$$

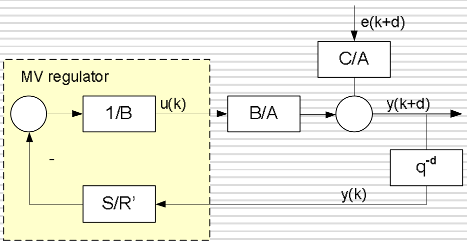
- gdje je

$$R(q^{-1}) = B(q^{-1})R'(q^{-1})$$

Regulator po minimumu varijance

$$\boxed{u(k) = \frac{-S(q^{-1})}{B(q^{-1})R'(q^{-1})}y(k) = -\frac{S(q^{-1})}{R(q^{-1})}y(k)}$$

Blok shema sustava s regulatorom po minimumu varijance



- Svojstva
  - Regulator s jednim stupnjem slobode
  - nema unaprijednog djelovanja
  - Regulatorom se djeluje na polove sustava
    - Nule procesa se ne mogu premještati
  - Polinomi R' i S određuju se rješavanjem **Diophantove jednadžbe**

$$\boxed{A(q^{-1})R(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})S(q^{-1}) = B(q^{-1})C(q^{-1})}$$

  - Odnosno

$$\boxed{A(q)R(q) + B(q)S(q) = q^{d-1}B(q)C(q)}$$

Regulator po minimumu varijance

Potreba postavljanja polova i nula procesa

Uvrštenjem upravljačkog signala

$$u(k)=\frac{-S(q^{-1})}{B(q^{-1})R'(q^{-1})}y(k)=-\frac{S(q^{-1})}{R(q^{-1})}y(k)$$

u ARMAX model procesa

$$A(q^{-1})y(k)=q^{-d}B(q^{-1})u(k)+C(q^{-1})e(k)$$

može se odrediti utjecaj poremećaja e(k) na odziv y(k)

$$\left[A(q^{-1})+q^{-d}\frac{B(q^{-1})S(q^{-1})}{B(q^{-1})R'(q^{-1})}\right]y(k)=C(q^{-1})e(k)$$

Odnosno

$$y(k)=\frac{B(q^{-1})R'(q^{-1})C(q^{-1})}{B(q^{-1})\left[A(q^{-1})R'(q^{-1})+q^{-d}S(q^{-1})\right]}e(k)=$$

$$=\frac{R(q^{-1})C(q^{-1})}{A(q^{-1})R(q^{-1})+q^{-d}S\,B(q^{-1})(q^{-1})}e(k)$$

Korištenjem izraza Diophantove jednadžbe

$$A(q^{-1})R(q^{-1})+q^{-d}B(q^{-1})S(q^{-1})=B(q^{-1})C(q^{-1})$$

dobije se

$$y(k)=\frac{BR'C}{BC}e(k)$$ Za stabilan polinom C

Uz stabilan polinom B, tj. minimalno fazni proces B/A – greška regulacije jednaka je greški predikcije

$$y(k)=R'(q^{-1})e(k)$$

Regulator po minimumu varijance

- Korištenjem algoritma upravljanja

$$u(k)=\frac{-S(q^{-1})}{B(q^{-1})R'(q^{-1})}y(k)=-\frac{S(q^{-1})}{R(q^{-1})}y(k)$$

- signal na izlazu iz procesa zadovoljava jednadžbu

$$y(k)=\frac{BR'C}{BC}e(k)$$

- y(k) će biti MA proces d-1 reda
  - (polinom R je d-1 reda)
- s varijancom

$$E\left\{\tilde{y}^2_{MA}(k+d\,|\,k)\right\}=E\left\{\left[R'(q^{-1})e(k+d)\right]^2\right\}=\left(1+r'^2_1+\ldots+r'^2_{d-1}\right)\sigma_e^2$$

- d se može interpretirati kao
  - broj perioda diskretizacije potrebnihg da se promjena s ulaza prenese na izlaz

MV regulator

s praćenjem determinističkog referentnog signala

izrazu za y(k+d)

$$y(k+d) = R'e(k+d) + \frac{S}{C}y(k) + \frac{B(C - q^{-d}S)}{AC}u(k)$$

oduzme se s lijeve i desne strane referentni signal $u_r(k+d)$

$$y(k+d) - u_r(k+d) = R'e(k+d) + \frac{S}{C}y(k) + \frac{B(C - q^{-d}S)}{AC}u(k) - u_r(k+d)$$

Odredi se varijanca dobivenog izraza

$$E\left\{\left[y(k+d) - u_r(k+d)\right]^2\right\} = E\left\{\left[R'e(k+d)\right]^2\right\} + E\left\{\left[\frac{S}{C}y(k) + \frac{BR'}{C}u(k) - u_r(k+d)\right]^2\right\} +$$

$$+2E\left\{\left[R'e(k+d)\right]\left[\frac{S}{C}y(k) + \frac{BR'}{C}u(k) - u_r(k+d)\right]\right\}$$

Regulator po minimumu varijance određen sa

$$B(q^{-1})R'(q^{-1})u(k) = C(q^{-1})u_r(k+d) - S(q^{-1})y(k)$$

Oblik regulatora

$$\boxed{u(k) = \frac{1}{B(q^{-1})R'(q^{-1})}\left[C(q^{-1})u_r(k+d) - S(q^{-1})y(k)\right]}$$

$$R(q^{-1})u(k) = C(q^{-1})u_r(k+d) - S(q^{-1})y(k)$$

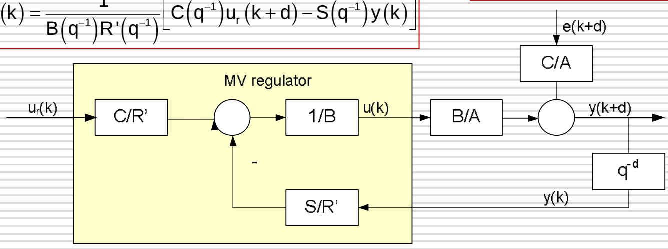
MV regulator

s praćenjem determinističkog referentnog signala

Oblik regulatora

$$\boxed{u(k) = \frac{1}{B(q^{-1})R'(q^{-1})}\left[C(q^{-1})u_r(k+d) - S(q^{-1})y(k)\right]}$$

Ovaj regulator obično se koristi uz $u_r(k)$=const.



Izlazni signal

$$y(k+d) = \frac{BC}{B(AR' + q^{-d}S)}u_r(k) = \frac{BC}{BC}u_r(k)$$

Karakteristični polinom zatvorenog kruga je BC
Uz pretpostavku da je C stabilan polinom
stabilan sustav upravljanja se postiže uz **B/A minimalno fazni proces**
Tada će biti $y(k+d)=u_r(k)$

MV regulator
s praćenjem determinističkog referentnog signala

- MV regulator krati sve nule procesa
- mogu se očekivati problemi kod neminimalnofaznih sustava
  - (nule procesa izvan jedinične kružnice)
  - signal upravljanja se raspiruje
- Potrebno faktorizirati polinom B
  - $B=B^{-}B^{+}$
    - B^{-} - polinom sa svim nulama izvan jediničnog kruga
  - Dobije se MA upravljnje *(Moving Average)*
    - suboptimalno MV upravljanje

MA upravljanje

(Moving Average)

Faktorizacija polinoma B

$$B = B^- B^+$$

gdje je:

B^- - polinom čije su sve nule izvan jediničnog kruga *(ili loše prigušene)*

B^+ - polinom sa svim nulama unutar jediničnog kruga *(dobro prigušenje)*

MV algoritmu se dozvoli kraćenje nula procesa unutar jedinične kružnice

dobije se MA algoritam

$$\boxed{u(k) = \frac{-S(q^{-1})}{B^+(q^{-1})R'(q^{-1})} y(k) = -\frac{S(q^{-1})}{R(q^{-1})} y(k)}$$

gdje je: **R=R' B+**

Uzimajući u obzir ARMAX model uz rastavljanje polinoma B na stabilni i nestabilni dio

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B^-(q^{-1})B^+(q^{-1})u(k) + C(q^{-1})e(k)$$

Dobije se Diophantova jednadžba oblika:

(postupak isti kao na slideu 21)

$$\boxed{A(q^{-1})R(q^{-1}) + q^{-d}B^+(q^{-1})S(q^{-1}) = B^+(q^{-1})C(q^{-1})}$$

Polinomi R i S dobiju se rješavanjem Diophantove jednadžbe

MA upravljanje

(Moving Average

- Svojstva MA upravljanja
  - Red polinoma R' je ***d+nb⁺-1***
  - MA proces većeg reda od MV procesa
    - red MA proces ***d+nb⁺-1***
    - red MV procesa ***d-1***

Algoritam MA upravljanja

(Moving Average)

Indirekktni oblik

- Početni podaci:
  - poznati red polinoma na, nb i nc te period diskretizacije
- Rekurzivni algoritam
  - estimacija parametara sustava
    - mjerenje signala u(k), y(k)
    - određivanje koeficijenata polinoma A, B, C
  - proračun koeficijenata polinoma R, S rješenjem Diophantove jednadžbe $\boxed{A(q^{-1})R(q^{-1})+q^{-d}B^{+}(q^{-1})S(q^{-1})=B^{+}(q^{-1})C(q^{-1})}$
  - Proračun algoritma upravljanja $\boxed{u(k)=\frac{-S(q^{-1})}{B^{+}(q^{-1})R'(q^{-1})}y(k)=-\frac{S(q^{-1})}{R(q^{-1})}y(k)}$

MA upravljanje

(Moving Average)

- Direktna implicitna forma MA upravljanja
  - zaobilazi prvi korak algoritma
    - koeficijenti R i S rekurzivno se proračunavaju u bloku za identifikaciju parametara procesa
  - Reparametrizacija modela procesa
    - parametri regulatora se direktno pojavljuju u jednadžbi dinamike procesa
      - do izraza se dolazi djelovanjem Diophantove jednadžbe na signal y_k

$$
\begin{aligned}
Cy(k) &= AR'y(k)+Sy(k-d)\\
&= R'\left[Bu(k-d)+Ce(k)\right]y(k)+Sy(k-d)\\
&= Ru(k-d)+Sy(k-d)+R'Ce(k)
\end{aligned}
$$

$$y(k+d)=\frac{1}{C}\left[Ru(k)+Sy(k)+R'e(k+d)\right]$$

Algoritam MA upravljanja
(Direktna metoda)

- Početni podaci:
  - poznati red polinoma R i S te horizont predikcije d
- Rekurzivni algoritam
  - estimacija koeficijenata polinoma R i S
  - Proračun algoritma upravljanja

Algoritam MA upravljanja

- Karakteristike MA algoritma
  - razlika prema MV algoritmu u broju nula koje krati
    - uz d=na-nb
      - krate se sve nule procesa
    - uz d=na
      - ne krati se niti jedna nula procesa
  - velik signal upravljanja
    - smanjenje signala – uvođenjem u funkciju cilja dodatnih težinskih koeficijenata