

**Prvi međuispit iz Matematike 3E i 3R**

18.10.2007.

**1. (3 boda)**

- a) **(1b)** Iskažite Dirichletove uvjete.  
b) **(1b)** Da li funkcija  $f(x) = \frac{1}{1-x}$  zadovoljava Dirichletove uvjete na segmentu  $[0, 2]$ ? Obrazložite!  
c) **(1b)** Iskažite teorem o konvergenciji Fourierovog reda.

**2. (3 boda)**

Zadana je funkcija  $f(x) = \begin{cases} 1, & x \in \langle 0, \frac{1}{2} \rangle \\ -1, & x \in \langle \frac{1}{2}, 1 \rangle \end{cases}$

- a) **(2b)** Razvijte  $f$  po kosinus funkcijama u trigonometrijski Fourierov red.  
b) **(1b)** Pomoću Parsevalove jednakosti izračunajte  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$ .

**3. (4 boda)**

Funkciju  $f(x) = \begin{cases} 1 - |x|, & x \in [-1, 1] \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$  prikažite pomoću Fourierovog integrala, te koristeći taj prikaz izračunajte integral

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx.$$

**4. (3 boda)**

Pomoću Laplaceove transformacije izračunajte integral

$$\int_0^{\infty} e^{-\frac{x}{2}} x^2 \cos x dx.$$

**5. (4 boda)**

Primjenom Laplaceove transformacije riješite diferencijalnu jednadžbu  $y'' + y = f(t)$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$ , u kojoj je funkcija  $f$  zadana slikom 1.

**6. (5 boda)**

- a) **(1b)** Definirajte konvoluciju dviju funkcija.  
b) **(2b)** Neka su  $f$  i  $g$  originali. Dokažite da je  $f * g$  eksponencijalnog rasta.  
c) **(2b)** Riješite integralnu jednadžbu.

$$y(t) = 3 \sin t + 2 \int_0^t \cos(t - \tau) y(\tau) d\tau.$$

**7. (3 boda)**

Nađite struju  $i(t)$  električnog kruga zadanog slikom 2 uz priključeni napon  $e(t) = 1 + \cos 2t$ .