

Drugi međuispit iz Matematike 3E
29.11.2007.

1. (4 boda)

Postavite granice integracije za oba poretka u integralu

$$\iint_D f(x, y) dx dy,$$

gdje je $D = \{(x, y) : -1 \leq y \leq 1, 0 \leq x \leq y^2\}$.

2. (3 boda)

Izračunajte površinu lika omeđenog kardioidom $r = 1 + \sin \varphi$.

3. (3 boda)

Izračunajte

$$\iiint_V x dx dy dz,$$

gdje je V tetraedar s vrhovima $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$, $(0, 2, 1)$.

4. (3 boda)

Prijelazom na cilindrične koordinate postavite granice integracije za integral

$$\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^1 f(x, y, z) dz.$$

5. (5 bodova)

a) **(1b)** Napišite vezu između pravokutnih Kartezijevih koordinata i sfernih koordinata.

b) **(1b)** Izračunajte Jacobijan za sferne koordinate.

c) **(3b)** Izračunajte integral

$$\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz,$$

pri čemu je V tijelo omeđeno plohom $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 9$.

6. (7 bodova)

a) **(1b)** Napišite jednadžbu tangente na krivulju zadanu s

$$\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k}$$

u točki za koju je $t = t_0$.

b) **(1b)** Izračunajte jednadžbu tangente na krivulju zadanu s

$$\mathbf{r}(t) = (2 \cos t)\mathbf{i} + (3 \sin t)\mathbf{j} + t\mathbf{k}$$

u točki za koju je $t = \pi$.

c) **(3b)** Napišite parametrizaciju krivulje zadane kao presjek ploha $z = x^2 + y^2$ i $2x + z = 0$.

d) **(2b)** Izračunajte derivaciju $\mathbf{r}'(t)$ i odredite parametar t tako da je $|\mathbf{r}'(t)| = \sqrt{5}$, ako je

$$\mathbf{r}(t) = (2 \cos t)\mathbf{i} + (2 \sin t)\mathbf{j} - t^2\mathbf{k}.$$