

Prvi međuispit iz Matematike 3E i 3R

21.10.2009.

1. (4 boda)

Dokažite da je sustav funkcija

$$1, \cos(\pi x), \sin(\pi x), \dots, \cos(n\pi x), \sin(n\pi x), \dots \quad n \in \mathbb{N}$$

ortogonalan na intervalu $[-1, 1]$.

2. (4 boda)

a) (2b) Razvijte u Fourierov red funkciju zadanu na intervalu $\langle -\pi, \pi \rangle$ formulom

$$f(x) = \begin{cases} 1 & , \quad -\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3} \\ -1 & , \quad -\pi < x < -\frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3} < x < \pi \end{cases}$$

b) (1b) Nacrtajte graf dobivenog Fourierovog reda.

c) (1b) Izračunajte sumu reda

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \dots$$

3. (4 boda)

Funkciju $f(x) = e^{-|x|}$ prikažite pomoću Fourierovog integrala.

4. (1 bod)

Kada za funkciju $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ kažemo da je eksponencijalno rasta?

5. (4 boda)

a) (2b) Izvedite formulu za Laplaceovu transformaciju periodičke funkcije f temeljnog perioda T .

b) (2b) Izračunajte Laplaceovu transformaciju funkcije $f(x) = \operatorname{sgn}(\cos x)$.

6. (4 boda)

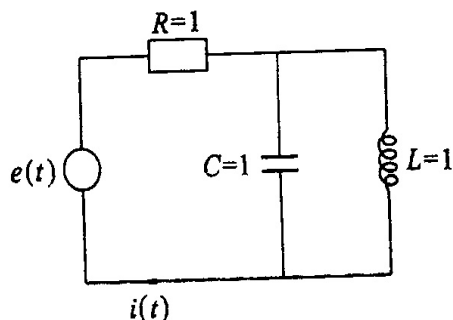
Riješite diferencijalnu jednačinu

$$y''(t) + y(t) = 2 \cos t \cdot g_{[0, \pi]}(t)$$

$$y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

7. (4 boda)

Izračunajte struju $i(t)$ u strujnom krugu sa slike uz početni napon $e(t) = u(t - 3)$.



Zabranjena je upotreba kalkulatora i šalabahtera. Ispit se piše 1h i 30 min.