

Ponovljeni završni ispit iz Matematike 3E

5.02.2008.

Pitanja iz 3. ciklusa nastave

1. (4 boda)

a) (2b) Izvedite formulu za grad $f(r)$, pri čemu je $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivabilna realna funkcija, \mathbf{r} radij vektor, a r njegov iznos.

b) (2b) Izračunajte

$$\operatorname{div} \left(\frac{\mathbf{r}}{r^2} \right),$$

pri čemu je \mathbf{r} radij vektor, a r njegov iznos.

2. (2 boda)

Izračunajte $\Delta(x^2 + xy + xz^2)$.

3. (2 boda)

Izračunajte duljinu luka krivulje zadane s $\mathbf{r}(t) = (3 \cos t, 5 \sin t, 4 \cos t)$ za $t \in [0, 2\pi]$.

4. (4 boda)

Izračunajte

$$\int_{\Gamma} \frac{x}{y} dx + \ln x dy + z dz$$

gdje je Γ pravac koji sadrži točke $A(1, 1, 1)$ i $B(2, 3, 4)$, a integrira se od točke A do točke B .

5. (5 bodova)

a) (1b) Definirajte potencijal polja.

b) (2b) Izvedite formulu za potencijal.

c) (2b) Izračunajte integral

$$\int_{(1,0,1)}^{(1,2,2)} (2x + yz) dx + xz dy + (xy + 2z) dz$$

6. (3 boda)

Izračunajte

$$\iint_{S^+} z dx dy$$

gdje je S vanjski dio plašta plohe $z = x^2 + y^2$, $z \in [0, 1]$.

7. (5 bodova)

- a) **(2b)** Iskažite Stokesov teorem (teorem o rotaciji).
b) **(3b)** Primjenom Stokesove formule izračunajte

$$\oint_C z dx + 2 dy - x dz$$

duž presječne C ploha $x^2 + y^2 = 9$ i $y + z = 5$. Krivulja C je orijentirana tako da je njena ortogonalna projekcija u (x, y) ravninu pozitivno orijentirana.

Pitanja iz cijelog gradiva

8. (3 boda)

Razvijte u Fourierov red funkciju $f(x) = \frac{x}{2}$ definiranu na intervalu $\langle 0, 2 \rangle$.

9. (4 boda)

Odredite struju $i(t)$ strujnog kruga na slici 1, ako je napon $e(t)$ dan grafom na slici 2.

10. (3 boda)

Izračunajte

$$\iiint_V x dx dy dz$$

pri čemu je tijelo V omeđeno ravninama $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x + y + z = 4$, $x + y = 2$.

Napomena: Vrijeme pisanja je **2 sata i 30 minuta**.