

Drugi međuispit iz Matematike 3E
27.11.2008.

1. (3 boda)

Promijenite poredak integracije u integralu

$$\int_0^2 dx \int_{\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{2x}} f(x, y) dy,$$

i skicirajte područje integracije.

2. (3 boda)

Izračunajte integral

$$\iint_D \sqrt{4x^2 + y^2 - 6y + 17} dx dy,$$

gdje je D područje određeno nejednadžbama $x^2 + \frac{(y-3)^2}{4} \leq 1$ i $x \geq 0$.

3. (5 bodova)

- a) **(1b)** Definirajte Jacobijan za $x = x(u, v)$, $y = y(u, v)$.
- b) **(1b)** Izračunajte Jacobijan za $x = u + v^2$, $y = uv - u^2$.
- c) **(2b)** U integral

$$\iint_D f(x, y) dx dy$$

po području D omeđenom pravcima $x + y = 1$, $x + y = 3$, $x - y = -1$, $x - y = 1$ uvedite promjenu koordinata $u = x + y$, $v = x - y$ i postavite granice integracije.

- d) **(1b)** Nađite jednadžbu plohe $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ u koordinatama

$$\begin{aligned} x &= r \cos \theta \sin \varphi \\ y &= r \cos \theta \cos \varphi \\ z &= r \sin \theta \end{aligned}$$

4. (4 boda)

Izračunajte

$$\iiint_V x dV,$$

ako je V tetraedar s vrhovima $A(0, 0, 0)$, $B(0, 0, 1)$, $C(1, 0, 0)$, $D(0, 2, 0)$.

5. (4 boda)

Izračunajte volumen tijela omeđenog plohami $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ i $z = 2 - 3(x^2 + y^2)$.

6. (6 bodova)

- a) **(2b)** Odredite vektor smjera tangente na krivulju zadanu s

$$\mathbf{r}(t) = \frac{\cos \pi t}{t} \mathbf{i} + \frac{\sin \pi t^2}{\pi} \mathbf{j} + t^3 \mathbf{k}$$

u točki za koju je $t = 1$.

- b) **(2b)** Odredite kosinus kuta između vektora smjera tangente izračunatog u a) i osi x .
- c) **(2b)** Parametrizirajte krivulju $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ orijentiranu u smjeru suprotnom od gibanja kazaljke na satu.