Ponovljeni drugi međuispit iz Matematike 3E
02.02.2009.

1. (3 boda)
Promjenom poretka integracije riješite integral

$$\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^1 \frac{\arctan x}{x^2}\, dx.$$

2. (6 bodova)
a) (**2b**) Parametrizirajte krivulju zadanu kao presječnica ploha $z = x^2 + y^2$ i $z = 5 - (x-1)^2 - y^2$.
b) (**2b**) Dokažite da za vektorsku funkciju $\mathbf{r}(t) = f_1(t)\mathbf{i} + f_2(t)\mathbf{j} + f_3(t)\mathbf{k}$ vrijedi $\mathbf{r}'(t) = f_1'(t)\mathbf{i} + f_2'(t)\mathbf{j} + f_3'(t)\mathbf{k}$.
c) (**2b**) Napišite jednadžbu tangente na krivulju $(x-1)^2 + y^2 = 1$ u točki $T(1 + 1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$.

3. (5 bodova)
a) (**2b**) Iskažite i dokažite teorem srednje vrijednosti za dvostruke integrale.
b) (**3b**) U integralu

$$\iint_D f(x,y)\, dx\, dy$$

po području D omeđenom krivuljama $xy = 1$, $xy = 4$, $\frac{y}{x} = 1$, $\frac{y}{x} = 2$ uvedite promjenu koordinata $u = xy$, $v = \frac{y}{x}$ i postavite granice integracije.

4. (4 boda)
Postavite granice integracije u integralu

$$\iiint_V f(x,y,z)\, dx\, dy\, dz$$

pri čemu je V tetraedar s vrhovima $O(0,0,0)$, $A(2,1,0)$, $B(1,2,0)$, $C(0,0,3)$.

5. (3 boda)
Izračunajte površinu lika koji je određen nejednadžbama $x^2 + \frac{y^2}{4} \geq 1$ i $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} \leq 1$.

6. (4 boda)
Izračunajte volumen tijela omeđenog plohom $z = x^2 + y^2$ i ravninom $4x + z = 5$.

Napomena: Vrijeme pisanja je **1 sat i 30 minuta**.