

Drugi međuispit iz Matematike 3E

02.12.2009.

1. (3 boda)

Skicirajte područje integracije te izračunajte integral

$$\iint_D (x^2 + y) dx dy,$$

gdje je D ograničeno područje omeđeno parabolama $y = x^2$ i $x = y^2$.

2. (4 boda)

a) (1b) Iskažite teorem srednje vrijednosti integralnog računa za dvostruki integral.

b) (3b) Neka je $f(x, y) = \sqrt{5 - x^2 - y^2}$, a područje D neka je krug $x^2 + y^2 \leq 1$ u ravnini $z = 0$. Odredite visinu valjka baze D čiji je volumen V jednak volumenu tijela ispod plohe $z = f(x, y)$ nad područjem D . Koliko iznosi volumen V ?

3. (3 boda)

Izračunajte

$$\iiint_V x dx dy dz,$$

gdje je V tetraedar određen vrhovima $A(1, 1, 0)$, $B(0, 2, 0)$, $C(0, 0, 1)$, $D(0, 0, 0)$.

4. (5 bodova)

Izračunajte

$$\iiint_V \frac{y^2}{\sqrt{(x-2)^2 + y^2 + z^2}} dx dy dz,$$

pri čemu je V kugla $(x-2)^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

5. (5 bodova)

Skicirajte tijelo omeđeno plohama $z = x^2 + y^2$ i $z = x + y$ te izračunajte njegov volumen.

6. (5 bodova)

a) (2b) Dokažite formulu

$$\mathbf{r}'(t) = x'(t)\mathbf{i} + y'(t)\mathbf{j} + z'(t)\mathbf{k}$$

za deriviranje vektorske funkcije $\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k}$.

b) (3b) Napišite jednadžbu tangente na krivulju koja je zadana kao presjek ploha $x^2 + y^2 = 1$ i $2y + z = 1$, u točki $T_0 \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 1 - \sqrt{3} \right)$.