Ponovljeni drugi međuispit iz Matematike 3E

28.01.2011.

1. (4 boda)

U dvostrukom integralu $\iint_D f(x,y)\,dx\,dy$ pređite na polarne koordinate i postavite granice integracije za oba poretka integracije, ako za područje D vrijedi $x^2+y^2 \leq 2x$.

2. (4 boda)

Skicirajte lik omeđen krivuljom zadanom u polarnim koordinatama s $r = 2\sin(3\varphi)$, $r \geq 0$ i izračunajte njegovu površinu.

3. (5 bodova)

a) Pomoću formula $u = x+y$ i $uv = y$ uvedite nove varijable u i v u integral

$$\int_0^1 dx \int_x^{2x} f(x,y)\,dy.$$

b) Iskažite teorem o zamjeni varijabli u dvostrukom integralu.

4. (4 boda)

Prelaskom na cilindrične ili sferne koordinate izračunajte integral

$$\int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} dy \int_0^a z\sqrt{x^2+y^2}\,dz,$$

gdje je $a \in \mathbb{R}$.

5. (3 boda)

Izračunajte integral

$$\iiint_V \sqrt{1+\sqrt{(x^2+y^2+z^2)^3}}\,dx\,dy\,dz,$$

gdje je V područje zadano nejednadžbom $x^2+y^2+z^2 \leq 1$.

6. (5 bodova)

a) Definirajte derivaciju vektorske funkcije $\mathbf{r}(t)$ u točki t_0.

b) Parametrizirajte krivulju dobivenu presjekom stožca $x^2+y^2-z^2 = 0$, $0 \leq z \leq 1$ i ravnine $y + 2z - 1 = 0$. Odredite tangentu na tu krivulju u točki $A = \left(\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, \frac{5}{6}\right)$.