

Matematika 3E - 3. ciklus
9.02.2011.

1. (5 bodova)

Izračunajte

$$\nabla \times (\mathbf{r} \times \nabla (\mathbf{a} \cdot \mathbf{r})),$$

pri čemu je \mathbf{r} radijvektor, $\|\mathbf{r}\| = r$ i \mathbf{a} konstantni vektor.

2. (5 bodova)

a) Dokažite da je vektorsko polje

$$\mathbf{v}(x, y, z) = e^{xyz} (yz\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + xy\mathbf{k})$$

potencijalno, te izračunajte njegov potencijal.

b) Za polje $\mathbf{v}(x, y, z)$ izračunajte integral

$$\int_{(0,0,1)}^{(1,-1,0)} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{r}.$$

3. (5 bodova)

a) Definirajte plošni integral skalarnog polja $f(x, y, z)$ po plohi S (plošni integral prve vrste) ako je ploha S zadana jednačbom $y = h(x, z)$, $(x, z) \in \Omega \subseteq \mathbb{R}^2$.

b) Izračunajte integral

$$\iint_S x \, dS,$$

gdje je S dio plohe $y = x^2$ za koji je $y \leq z$, $z \leq 1$, $x \geq 0$.

4. (5 bodova)

a) Iskažite teorem o divergenciji.

b) Izračunajte integral

$$\iint_S x \, dydz + z \, dxdy,$$

gdje je S vanjska strana dijela plohe $x^2 + 4y^2 = 1$ za koji je $-1 \leq z \leq 1$.