

## Matematika 3E - 2. ciklus

5.09.2011.

### 1. (5 bodova)

a) Izračunajte integral

$$\iint_D e^{\frac{x}{y}} dx dy,$$

pri čemu je  $D$  područje u I kvadrantu omeđeno krivuljama  $x = y^2$  i  $x = y^3$ . Skicirajte područje  $D$ .

b) Skicirajte područje integracije i promijenite poredak integracije u integralu

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{a\sqrt{\sin 2\varphi}} f(\varphi, r) dr, \quad a > 0,$$

gdje je  $f(\varphi, r)$  nepoznata funkcija zadana u polarnim koordinatama  $(\varphi, r)$ .

### 2. (5 bodova)

a) Iskažite i dokažite teorem srednje vrijednosti za dvostruki integral.

b) Izračunajte integral

$$\iint_S \frac{dx dy}{(x^2 + y^2)(1 + \sqrt[3]{x^2 + y^2})},$$

po području  $S$  određenom nejednadžbama  $x^2 - y^2 \leq 0$ ,  $x^2 + y^2 \geq 1$ ,  $x^2 + y^2 \leq 4$ ,  $y \geq 0$ .

### 3. (5 bodova)

a) Izračunajte integral

$$\iiint_V x^3 y^2 z dV,$$

gdje je  $V$  tijelo u I oktantu omeđeno ravninama  $x = 1$ ,  $y = 0$ ,  $y = x$  i plohom  $z = xy$ .

b) Izračunajte Jacobijan za promjenu koordinata danu preslikavanjima:

$$\begin{aligned} x &= e^\rho \cos \theta \\ y &= e^\rho \sin \theta \\ z &= z \end{aligned}$$

### 4. (3 boda)

Izračunajte integral

$$\iiint_V x^2 dx dy dz,$$

pri čemu je  $V$  tijelo omeđeno plohom  $z = 3 - \sqrt{x^2 + y^2}$  i ravninom  $z = 1$ .

### 5. (2 boda)

Parametrizirajte krivulju koja je zadana kao presjek ploha  $x^2 + y^2 = 1$  i  $yz = 1$  uz uvjet  $x \leq 0, y \leq 0, z \leq 0$ .