

**Matematika 3E - 3. ciklus**  
5.09.2011.

**1. (5 bodova)**

Odredite za koje vrijednosti parametara  $a$ ,  $b$  i  $c$  je vektorsko polje

$$\mathbf{v} = \frac{a(3y - z)}{x} \mathbf{i} + b \ln \frac{y}{x} \mathbf{j} + c \ln \frac{z}{x} \mathbf{k}$$

potencijalno. Za takve vrijednosti parametara  $a$ ,  $b$  i  $c$  odredite potencijal vektorskog polja  $\mathbf{v}$  i pomoću tog potencijala izračunajte integral

$$\int_{(1,1,1)}^{(e,e^3,e)} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{r}.$$

**2. (5 bodova)**

a) Izračunajte

$$\nabla \left( \mathbf{r} \cdot \frac{\partial r^2}{\partial \mathbf{a}} \right),$$

gdje je  $\mathbf{a}$  zadani vektor,  $\mathbf{r}$  radijvektor i  $\|\mathbf{r}\| = r$ .

b) Odredite skup  $S$  svih točaka  $T$  tako da vrijedi

$$\left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{s}} \right|_T = \mathbf{f}|_T \quad \text{za } \forall T \in S,$$

gdje je  $\mathbf{f}(x, y, z) = x^2 \mathbf{i} + e^y \mathbf{j} + z \mathbf{k}$  i  $\mathbf{s} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}$ .

**3. (5 bodova)**

a) Izračunajte integral

$$\oint_{\Gamma} \frac{dx + dy}{|x| + |y|},$$

gdje je  $\Gamma$  pozitivno orijentiran kvadrat dan vrhovima  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(-1, 0)$  i  $D(0, -1)$ .

b) Iskažite Greenov teorem.

**4. (5 bodova)**

Koristeći se teoremom o divergenciji izračunajte tok vektorskog polja  $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$  kroz vanjsku stranu plohe  $2z = x^2 + y^2$  za  $z \leq 4$ . (Ploha nije zatvorena.)