

## Ponovljeni drugi međuispit iz Matematike 3E

04.02.2010.

### 1. (3 boda)

Izračunajte površinu jedne latice krivulje  $r = \sin(3\varphi)$ .

### 2. (3 boda)

Izračunajte

$$\iiint_V 2x \, dx \, dy \, dz,$$

gdje je  $V$  tetraedar određen vrhovima  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(3, 0, 0)$ ,  $B(0, 2, 0)$ ,  $C(0, 0, 6)$ .

### 3. (4 boda)

Skicirajte tijelo zadano s  $V = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + (y+2)^2 + z^2 \leq 2, z \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \right\}$  te izračunajte njegov volumen.

### 4. (4 boda)

Izračunajte

$$\iiint_V z \, dx \, dy \, dz,$$

pri čemu je područje  $V$  omeđeno plohom  $z = \sqrt{4x^2 + y^2}$  i ravninom  $z = 2$ .

### 5. (2 boda)

Iskažite teorem srednje vrijednosti za dvostruke integrale te objasnite njegovu geometrijsku interpretaciju.

### 6. (3 boda)

Izračunajte integral

$$\iint_S (x+2y)^{10} (x-2y)^8 \, dx \, dy$$

gdje je  $S$  područje omeđeno pravcima

$$x+2y = -1, \quad x+2y = 1, \quad x-2y = -1, \quad x-2y = 1.$$

### 7. (6 bodova)

a) (1b) Napišite definiciju limesa vektorske funkcije

$$\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k}$$

u točki  $t = t_0$ .

b) (1b) Izračunajte limes vektorske funkcije

$$\mathbf{r}(t) = (\cos(3t))\mathbf{i} + t\mathbf{j} + \left(\frac{\sin(3t)}{t}\right)\mathbf{k}$$

u točki za koju je  $t = 0$ .

c) (2b) Napišite vektor smjera tangente i jednadžbu tangente na krivulju iz b) dijela zadatka u točki za koju je  $t = \pi/3$ .

d) (2b) Parametrizirajte krivulju  $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 16$  u smjeru gibanja kazaljke na satu.