

Primjeri 2

16. Zadano je M identičnih poslužiteljskih sustava spojenih u zatvorenu petlju (prsten). Odredite vjerojatnost da red prvog poslužiteljskog sustava nije prazan (tj. u njegovom redu je barem jedan korisnik) ako u takvom sustavu cirkulira N korisnika.

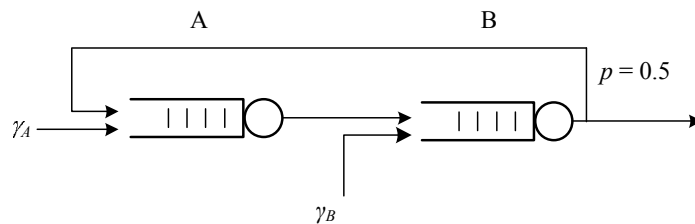
Rezultat: $N/(N + M - 1)$.

17. Komutacijski čvor ima tri izlazna (odlazna) linka A, B i C. Poruke koje dođu u čvor mogu se odaslati jednim od izlaznih linkova uz jednake vjerojatnosti. Svaki izlazni link ima različitu brzinu pa su i trajanja prijenosa na linkovima A, B i C redom 1, 2 i 3 ms. Zbog razlika u rutama kojima prolaze pojedini linkovi vjerojatnosti pogrešaka na linkovima A, B i C su redom 0.2, 0.3 i 0.1. Kolika je vjerojatnost da će poruka biti ispravno prenesena u 2 ms?

Rezultat: $7/30$.

18. Zadan je sustav posluživanja sastavljen od dva poslužiteljska sustava povezana na način prikazan na slici. Korisnici dolaze u sustave A i B brzinama γ_A i γ_B . Ako je p vjerojatnost grananja na izlazu sustava B odredite efektivne brzine dolazaka λ_A i λ_B za sustave A i B.

Rezultat: $\lambda_A = 2\gamma_A + \gamma_B$, $\lambda_B = 2(\gamma_A + \gamma_B)$.



19. Tramvaji dolaze na stajalište sukladno Poissonovom procesu sa srednjim međudolaznim vremenom od 10 minuta. (a) Ako putnik dođe na stanicu i netko mu kaže da je zadnji tramvaj došao prije 9 minuta, koliko će prosječno trebati čekati slijedeći tramvaj? (b) Kolika je vjerojatnost da će ući u tramvaj u sljedećih 5 minuta? (c) Kolika je vjerojatnost da će čekati tramvaj između 5 i 9 minuta?

Rezultat: (a) 10 min (Markovljevo svojstvo); (b) 0.393; (c) 0.2.

20. Pacijenti dolaze u ambulantu sukladno Poissonovom procesu sa srednjim međudolaznim vremenom od 18 minuta. U čekaonici se formira red, u ambulanti radi jedan liječnik, a prosječno trajanje jednog pregleda (ili konzultacije) iznosi 7 minuta i ravna se po eksponencijalnoj razdiobi. (a) Kolika je vjerojatnost da će pacijent čekati da bi „vidio” liječnika? (b) Koliko je prosječno pacijenata u čekaonici? (c) Kolika je vjerojatnost da je u ambulanti 5 ili više pacijenata uključujući onog na pregledu? (d) Kolika je vjerojatnost da će pacijent čekati više od 10 minuta na pregled? (e) Ambulanta će zaposliti dodatnog liječnika ako je trajanje čekanja na pregled veće od 7 minuta. Kolika bi u tom slučaju mogla biti brzina dolazaka u ambulantu pa da se opravda zapošljavanje novog liječnika?

Rezultat: (a) $7/18$; (b) $49/198$; (c) 0.0089; (d) 0.162; (e) $1/14$ pacijent/min.

21. Paketi varijabilne duljine dolaze u komunikacijski čvor sukladno Poissonov procesu srednjom brzinom 10 paket/s. Jedan izlazni komunikacijski link radi na brzini 64 kbit/s. Za duljinu paketa može se pretpostaviti da se ravna po eksponencijalnoj razdiobi srednje duljine 480 znakova u 8 bitnom ASCII formatu. Izračunajte glavne parametre performanci opisanog komunikacijskog linka pretpostavljajući da on ima vrlo veliki ulazni spremnik (buffer). Kolika je vjerojatnost da 6 ili više paketa čeka na slanje?

Rezultat: $N = 1.5$ paket, $N_Q = 0.9$ paket, $T = 0.15$ s, $W = 0.09$ s; 0.028.

22. U paketskoj mreži dvije vrste paketa, govorni i podatkovni, dolaze na jednokanalni prijenosni sutav. Govorni paketi uvijek ulaze u spremnik za prijenos, dok se podatkovnim paketima dopušta ulaz u spremnik samo kad je ukupni broj paketa u sustavu manji od N . Odredite stacionarne vjerojatnosti da je k paketa u sustavu ako se oba toka paketa ravnaju sukladno Poissonovom procesu s brzinama λ_1 i λ_2 . Pretpostavite da svi paketi imaju eksponencijalnu razdiobu duljine te da se odašilju prosječnom brzinom μ .

23. Fakultetski računski centar ima jedno računalo rezervirano samo za posebna testiranje studentskih programa. Kad je gužva na računalu studenti odustaju od testiranja programa pa se zato dolazni proces može modelirati kao Poissonov brzine dolazaka $\lambda_k = \lambda/(k + 1)$ za $k = 0, 1, 2, \dots$, gdje je k broj programa na testiranju. (Studenti mogu programe slati mrežom ili ih donjeti na nekom memorijskom mediju; red čekanja čine svi učitani programi koji se obrađuju jedan po jedan u redosljedu učitavanja; u svakom slučaju, trajanje prijenosa programa ili njegovog učitavanja može se zanemariti). Trajanje testiranja pojedinog programa ravna se po eksponencijalnoj razdiobi sa srednjom vrijednosti $1/\mu$ i to bez obzira na broj programa u sustavu. (a) Nacrtajte Markovljev lanac te napišite jednadžbe lokalne i globalne ravnoteže. (b) Odredite vjerojatnos da je k programa u računalu i srednji broj programa. (c) Odredite srednje vrijeme boravka (od predaje do završetka testiranja) programa u računalu.

Rezultat: (b) $p_k = (\rho^k/k!)e^{-\rho}$, $N = \rho$. (c) $T = \rho/\mu(1 - e^{-\rho})$.

24. Paketi varijabilne duljine dolaze u komutacijski čvor srednjom brzinom 125 paket/s. Duljine paketa se ravnaju po eksponencijalnoj razdiobi sa srednjom vrijednosti 88 bit a jedan izlazni link komutacije ima brzinu 19.2 kbit/s. (a) Kolika je vjerojatnost *preliva spremnika (buffer overflow)* ako je njegova veličina dovoljna za spremanje samo 11 paketa? (b) U prosjeku, koliko je paketa u spremniku? (c) Koliko bi veliki trebao biti spremnik (izražen brojem paketa) pa da gubitak paketa bude manji od 10^{-6} (na milijun paketa jedan je izgubljen)?

Rezultat: (a) 5.35×10^{-4} . (b) 0.75 (c) 24.

25. Usporedite performanse statističkog (SM) i vremenskog multipleksiranja (TDM). Svaki multipleksor ima 4 ulaza, brzina dolazaka paketa je 5 paket/s, a multipleksirani izlaz ima brzinu 64 kbit/s. SM ima spremnik veličine 3 paketa za kombinirani tok ulaznih paketa, a TDM ima spremnik za 3 paketa u svakom ulaznom kanalu. Srednja duljina paketa je 2000 bit.

26. Trgovačka kuća treba instalirati novu kućnu centralu (PBX) s 300 lokalnih priključaka. Nova PBX ima grupu dvosmjernih vanjskih linija (vodova). Vanjski promet (dolazni i odlazni) dijeli se na jednake dijelove po grupi dvosmjernih linija. Ustanovljeno je da je svaki interni telefon tijekom uobičajenog radnog dana zauzet 20 minuta bilo da zove ili je pozvan. Također je ustanovljeno da se u glavnom prometnom satu obavi 14% dnevnog prometa. Kod dimenzioniranja vanjskih linija

treba dobiveni promet uvećati 10% zbog (neuspješnih) ponovljenih i nekompletnih poziva tijekom faze biranja određiškog korisnika Koliko vanjskih linija (vodova) treba osigurati da bi vjerojatnost blokiranja bila bolja od 0.02?

Rezultat: 23.

27. Na „vruću” telefonsku liniju u turističkoj agenciji pozivi dolaze sukladno Poissonovom procesu. Tu liniju koriste tri turistička koordinatora koji sa svakim potencijalnim korisnikom razgovaraju u prosjeku 6 minuta. Ustanovljeno je da se u jednom satu primi 9 poziva, te da se trajanje poziva ravna po eksponencijalnoj razdiobi. Koliko dugo će korisnik čekati na razgovor s koordinatorom pretpostavljajući da će korisnik čekati (poziv na čekanju) u slučaju zauzetosti svih koordinatora? U prosjeku, koliko korisnika čeka razgovor s koordinatorom?

Rezultat: 0.2 min, 0.03 korisnik

28. Multinacionalna naftna kompanija iznajmljuje određeni satelitski kapacitet za svoju mobilnu telefonsku mrežu. U toj mreži raspoloživi satelitski kapacitet se dijeli na N_v govornih kanala brzine 1200 bit/s i N_d podatkovnih kanala brzine 2400 bit/s. Mobilni telefoni kolektivno generiraju Poissonov govorni promet s prosječno 200 govornih poziva u sekundi, te Poissonov podatkovni promet s prosječno 40 poruka u sekundi. Trajanje govornih poziva i podatkovnih poruka može se aproksimirati eksponencijalnim razdiobama s prosječnim duljinama 54 bit, odnosno 240 bit. Govorni pozivi se prijenose odmah nakon generiranja ili se blokiraju ako nema slobodnih kanala, dok se podatkovne poruke zadržavaju u velikom spremniku ako nema slobodnog kanala. (a) Odredite N_v uz uvjet da vjerojatnost blokiranja poziva bude manja od 0.02. (b) Odredite N_d uz uvjet da srednje kašnjenje poruka bude manje od 0.115 s, a vjerojatnost da uopće dođe do kašnjenja poruka bude 0.3, a vjerojatnost da uopće dođe do kašnjenja poruka bude 0.3.

Rezultat: (a) $N_v \geq 15$. (b) $N_d \geq 6$.

29. U jednom našem malom gradiću postoje dvije radio-taksi službe. Svaka od tih tvrtki ima dva taksija a njihovi udjeli na tržištu su približno jednaki. Svaka tvrtka ima vlastiti dispečerski centar. Ustanovljeno je da u svaki dispečerski centar pozivi dolaze brzinom 10 poziva na sat i to sukladno Poissonovoj razdiobi. Prosječno trajanje jedne vožnje je u obje tvrtke 11.5 minuta. I sad se događa već poznato: obje su tvrtke zapale u poslovne teškoće pa ih je kupio jedan gradski biznismen. Njegova prva akcija nakon preuzimanja tih dviju tvrtki je da od dvije stvori jednu tvrtku, te da konsolidira dva dispečerska centra u jedan u cilju poboljšanja usluge. Naravno, bez dodatnih ulaganja u novu tvrtku! Izračunajte: (a) Iskoristivost (tj. omjer primljenih poziva i brzine posluživanja) svake tvrtke prije integracije u jednu; (b) Iskoristivost nakon integracije; (c) Očekivano vrijeme čekanja pojedinog korisnika (od trenutka poziva do dolaska taksija) kad postoje dvije tvrtke; (d) Isto kao i u (c) ali nakon integracije u jednu tvrtku; (e) Odredite postotak zauzetosti svih taksija u svakoj od dviju tvrtki; (f) Isto kao i pod (e) samo za jednu konsolidiranu tvrtku; (g) Komentirajte riječima (dakako, kratko, ali uz svu moguću maštu!) dobivene rezultate. Što bi Vi učinili da ste na mjestu ovog tajkuna?

Rezultat: (a) 95.8%. (b) 95.8%. (c) 2.16 h. (d) 1.05 h. (e) 93.8%. (f) 90.93%.

30. U konsolidiranoj taksi tvrtki iz Zadatka 29 vlasnik je uočio da je vrijeme čekanja taksija predugo. Međutim, banke mu zbog recesije ne žele dati kredit za kupnju dodatnih vozila čime bi smanjio čekanje. Da bi ipak smanjio predugo čekanje vlasnik je uveo novu strategiju poslovanja: kad lista čekanja korisnika dosegne 16, osoblje dispečerskog centra treba se svakom novom potencijalnom

korisniku ljubezno ispričati! Odredite: (a) očekivano vrijeme čekanja; (b) očekivan broj korisnika u redu čekanja; (c) očekivani broj praznih vozila i (d) gubitke, tj. vjerojatnost da se dispečer ispričao potencijalnom korisniku jer nema slobodno vozilo.

Rezultat: (a) 0.303 h. (b) 5.85. (c) 0.2986. (d) 3.4% (0.03433).