

Prvi međuspit iz Matematike 3E i 3R

31.10.2006.

1. (2 boda)

a) (1b) Napišite definiciju ortogonalnosti funkcija $y = f(x)$ i $y = g(x)$ na intervalu $[a, b]$.

b) (1b) Dokažite da su funkcije $f(x) = \sin mx$ i $g(x) = \sin nx$ ortogonalne za svaki $m, n \in \mathbb{N}$ na intervalu $[-\pi, \pi]$.

2. (3 boda)

a) (2b) Razvijte u Fourierov red $S(x)$ funkciju $f(x) = \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}$ na intervalu $\langle 0, \pi \rangle$ u red po sinus funkcijama.

b) (1b) Izračunajte $S(3\pi)$.

3. (3 boda) Pomoću prikaza funkcije

$$f(x) = \begin{cases} 2 \cos \frac{x}{2}, & x \in [-\pi, \pi], \\ 0, & \text{inače,} \end{cases} \quad (1)$$

u obliku Fourierovog integrala, izračunajte $\int_0^\infty \frac{\cos \pi t}{1-4t^2} dt$.

4. (2 boda) Neka je $F(s)$ Laplaceov transformat zadanog originala $f(t)$.

Pomoću definicije Laplaceovog transformata nađite Laplaceov transformat funkcije:

a) (1b) $e^{-\alpha t} f(t)$,

b) (1b) $f'(t)$.

5. (2 boda) Nađite Laplaceov transformat funkcije $f(t) = (t-2)^3 e^{-t} u(t-2)$.

6. (2 boda) Izračunajte integral $\int_0^\infty e^{-t} t^{100} dt$.

7. (3 boda) Riješite integralnu jednadžbu

$$y(t) = \sin t + \int_0^t \tau \cdot y(t - \tau) d\tau.$$

8. (3 boda) Pomoću Laplaceove transformacije odredite struju $i(t)$ strujnog kruga sa slike 1 uz priključeni napon $e(t)$ zadan slikom 2.