

## Drugi međuspit iz Matematike 3E

12.12.2006.

1. [2 boda] Skicirajte područje integracije, a zatim promijenite poredak integracije i izračunajte

$$\int_0^1 dx \int_{\sqrt{x}}^1 \sin\left(\frac{y^3 + 1}{2}\right) dy.$$

2. [2 boda] Izračunajte pomoću dvostrukog integrala površinu lika omeđenog krivuljama  $x = 4y - y^2$  i  $y = x$ .

3. [2 boda] Prijelazom na polarne koordinate izračunajte integral

$$\int_{-1}^1 dy \int_0^{\sqrt{1-y^2}} \sqrt{x^2 + y^2} dx.$$

4. [2 boda] Iskažite i dokažite teorem srednje vrijednosti integralnog računa za dvostruki integral.

5. [4 boda]

- a) Definirajte Jacobijan transformacije

$$x = x(u, v) \quad \text{i} \quad y = y(u, v).$$

- b) Izračunajte Jacobijan transformacije

$$x = \sqrt{\frac{u+v}{2}}, \quad y = \sqrt{\frac{u-v}{2}}.$$

- c) Izračunajte integral  $\iint_D xy \, dx \, dy$ , ako je  $D$  područje u prvom kvadrantu ( $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ) omeđeno krivuljama

$$x^2 + y^2 = 4, \quad x^2 + y^2 = 9, \quad x^2 - y^2 = 1, \quad x^2 - y^2 = 4.$$

6. [2 boda] Izračunajte volumen tijela

$$V = \{(x, y, z) : z^2 \leq x^2 + y^2, \quad z \geq 0, \quad x^2 + y^2 \leq 2x\}.$$

7. [3 boda] Izračunajte  $\iiint_V y \, dx \, dy \, dz$  pri čemu je područje  $V$  omeđeno plohom  $y = -x^2 - 3z^2 + 5$  i ravninom  $y = -4$ .

8. [3 boda] Prijelazom na pomaknute sferne koordinate izračunajte  $\iiint_V (x^2 + y^2) \, dx \, dy \, dz$  ako je

$$V = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + (z-1)^2 \leq 25, \quad z \geq \sqrt{x^2 + y^2} + 1\}.$$

**Napomena:** Vrijeme pisanja je **90 minuta**.