Ponovljeni završni ispit iz Matematike 3E
06.02.2007.

Pitanja iz 3. ciklusa nastave

1. a) [**1 bod**] Napišite definiciju rotacije vektorskog polja $\vec{f}(x,y,z) = f_1(x,y,z)\vec{i} + f_2(x,y,z)\vec{j} + f_3(x,y,z)\vec{k}$.

b) [**1 bod**] Izračunajte $\nabla \times \vec{a}$, gdje je $\vec{a} = x^2\vec{i} + xyz\vec{j} + z^2\vec{k}$.

2. [**2 boda**] Odredite točke u kojima je $\dfrac{\partial \vec{a}}{\partial \vec{s}} = \vec{s}$, gdje je $\vec{a} = (x^2 - y)\vec{i} + yz\vec{k}$ i $\vec{s} = 4\vec{i} - 3\vec{k}$.

3. [**2 boda**] Izračunajte $\triangle \vec{v}$ u točki $T(1,0,-1)$ ako je $\vec{v} = x^2\vec{i} + xy\vec{j} + xz^3\vec{k}$.

4. [**2 boda**] Izračunajte

$$\nabla \Big[r \cdot \nabla (r\vec{r}) \Big]$$

gdje je $\vec{r}$ radijvektor i $r = |\vec{r}|$.

5. [**3 boda**] Izračunajte $\displaystyle\int_K (x^2 + y^2)\, ds$, gdje je K dio presječnice ploha $x^2 + 2y^2 = 4$ i $z = y$ za koji je $y \geq 0$.

6. [**3 boda**] Izračunajte $\displaystyle\int_{\mathcal{K}} yzdx + 4xdz$ gdje je $\mathcal{K}$ rub trokuta s vrhovima $A(3,2,0)$, $B(0,5,0)$ i $C(0,5,3)$ negativno orijentiran gledano iz ishodišta.

7. [**3 boda**] Izračunajte $\displaystyle\iint_S x\, dS$ pri čemu je S dio plohe $y = x^2$ za koji je $z \leq 1$, $z \geq y$ i $x \geq 0$. Nacrtajte sliku.

8. [**3 boda**] Izračunajte

$$\iint_S x^2\, dydz + ydxdz + (z^2 + 1)dxdy$$

gdje je S vanjska strana dijela plohe $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ za koju je $z \geq 0$. Nacrtajte sliku.

Pitanja iz cijelog gradiva

9. [**3 boda**] Razvijte u trigonometrijski Fourierov red funkciju $f(x) = \cos x$, $x \in \langle -1, 1 \rangle$ i nacrtajte graf tog reda.

10. a) [**1 bod**] Odredite Laplaceov transformat funkcije $f(t) = t\sin(\frac{t}{3})$.

b) [**2 boda**] Odredite original funkcije $F(s) = \dfrac{e^{-5s}}{s^2 + s}$.

11. a) [**1 bod**] Definirajte Jacobijan transformacije $x = x(u, v)$ i $y = y(u, v)$.

b) [**1 bod**] Izvedite Jacobijan za zamjenu Kartezijevih koordinata s cilindričnim koordinatama u $\mathbb{R}^3$.

c) [**3 boda**] Izračunajte

$$\iint_D (x^2 + y^2)\,dxdy$$

ako je D područje omeđeno krivuljom $x^2 + y^2 = 2y$.

12. [**4 boda**] Primjenom teorema o divergenciji izračunajte

$$\iint_S \vec{a}d\vec{S}$$

gdje je S vanjska strana zatvorene plohe sastavljene od paraboloida $z = \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2}$, valjka $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{(y-b)^2}{b^2} = 1$ i ravnine $z = 0$, ako je $\vec{a} = (x - y)\vec{i} + z\vec{k}$.

Napomena: Vrijeme pisanja je **2,5 sata**.