

6. DOMAĆA ZADAĆA

1. Odredite vektorsku funkciju čiji je graf krivulja zadana jednačbom:

(a) $(x - 1)^2 + y^2 = 1$,

(b) segment od točke $A(3, 2, -5)$ do točke $B(7, 2, 9)$.

2. Odredite vektorsku funkciju čiji je graf krivulja zadana jednačbom:

(a) $4x^2 - y^2 = 16$,

(b) $r = 1 - \cos \varphi$, $\varphi \in [0, 2\pi]$.

3. Izračunajte $\lim_{t \rightarrow 1} \mathbf{f}(t)$ ako je:

(a) $\mathbf{f}(t) = e^{2t}\mathbf{i} + \frac{\sin(t-1)}{2(t-1)}\mathbf{j} + \frac{(t-1)^2}{e^t}\mathbf{k}$,

(b) $\mathbf{f}(t) = \cos t\mathbf{i} + 3(t^2 - 1)\mathbf{j} - \frac{e^{t-1}}{t}\mathbf{k}$.

4. Izračunajte derivaciju vektorske funkcije $\mathbf{f}(t)$ ako je:

(a) $\mathbf{f}(t) = 2\mathbf{i} - \cos t\mathbf{k}$,

(b) $\mathbf{f}(t) = e^t\mathbf{i} + (\ln t)\mathbf{j} + (\arctg t)\mathbf{k}$,

(c) $\mathbf{f}(t) = e^t(\mathbf{i} + t\mathbf{j} + t^2\mathbf{k})$.

5. Izračunajte $\mathbf{f}'(t)$ i $\mathbf{f}''(t)$ ako je:

(a) $\mathbf{f}(t) = e^{2t}\mathbf{i} - \sin t\mathbf{j}$,

(b) $\mathbf{f}(t) = (e^t\mathbf{i} + t\mathbf{k}) \times (t\mathbf{j} + e^{-t}\mathbf{k})$,

(c) $\mathbf{f}(t) = [(t^2\mathbf{i} - \mathbf{j})(\mathbf{i} - t^2\mathbf{k})]\mathbf{j}$.

6. Izračunajte:

(a) $\int_0^8 \mathbf{f}(t)dt$, ako je $\mathbf{f}(t) = \sin t\mathbf{i} + \cos t\mathbf{j} + \mathbf{k}$,

(b) $\int_0^1 \mathbf{f}(t)dt$, ako je $\mathbf{f}(t) = e^{-t}[t^2\mathbf{i} + \sqrt{2}t\mathbf{j} + \mathbf{k}]$.

7. Izračunajte $\mathbf{g}(t)$ ako je

(a) $\mathbf{g}'(t) = te^t\mathbf{i} + t(1+t^2)^{-\frac{1}{2}}\mathbf{j} + t\mathbf{k}$, $\mathbf{g}(0) = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$,

(b) $\mathbf{g}'(t) = \mathbf{i} + t^2\mathbf{k}$, $\mathbf{g}(0) = \mathbf{i} - \mathbf{j}$,

(c) $\mathbf{g}'(t) = 2\mathbf{g}(t)$, $\mathbf{g}(0) = \mathbf{i} - \mathbf{k}$.

8. Odredite vektor smjera tangente i jednadžbu tangente na krivulju u zadanoj točki ako je:

(a) $\mathbf{r}(t) = e^t \mathbf{i} + e^{-t} \mathbf{j} - (\ln t) \mathbf{k}$, u točki za koju je $t = 1$,

(b) $\mathbf{r}(t) = (t + 1) \mathbf{i} + (t^2 + 1) \mathbf{j} + (t^3 + 1) \mathbf{k}$, u točki $T(1, 1, 1)$,

(c) $\mathbf{r}(t) = 3t \mathbf{a} + \mathbf{b} - t^2 \mathbf{c}$, u točki za koju je $t = 2$, gdje su \mathbf{a} , \mathbf{b} i \mathbf{c} konstantni vektori i $3\mathbf{a} - 2\mathbf{c} \neq \mathbf{0}$.

9. Odredite jednu parametrizaciju krivulje \mathcal{K} , te skicirajte krivulju \mathcal{K} , zadanu jednadžbama:

(a) $x^2 + \frac{y^2}{4} + z^2 = 1$, $x + y = 1$, $z \geq 0$,

(b) $4(x - 1)^2 + y^2 = 4z$, $z = y$, $y \geq 2$,

(c) $y = \frac{3}{8}x^2$, $z = x$.

10. Izračunajte $\frac{\partial \mathbf{a}}{\partial x}$, $\frac{\partial \mathbf{a}}{\partial y}$ i $\frac{\partial \mathbf{a}}{\partial z}$ ako je:

(a) $\mathbf{a}(x, y, z) = x^2 \mathbf{i} + xyz \mathbf{j} + z^2 \mathbf{k}$,

(b) $\mathbf{a}(x, y, z) = 2x^2 y \mathbf{i} + 5xy \mathbf{j} + xy^2 \mathbf{k}$.

11. Izračunajte gradijent skalarnog polja f u točki T ako je:

(a) $f(x, y) = \frac{2x}{x - y}$, $T(3, 1)$,

(b) $f(x, y, z) = e^{-x} \sin(z + 2y)$, $T(0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$.

12. Ako je $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, izračunajte:

(a) $\text{grad}(\ln r)$,

(b) $\text{grad}(\sin r)$,

(c) $\text{grad}(e^r)$.

13. Izračunajte usmjerenu derivaciju funkcije f u točki T , u smjeru vektora \mathbf{s} ako je:

(a) $f(x, y, z) = xy + yz + zx$, $\mathbf{s} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $T(1, -1, 1)$,

(b) $f(x, y, z) = (x + y^2 + z^3)^2$, $\mathbf{s} = \mathbf{i} + \mathbf{j}$, $T(1, -1, 1)$.

14. Izračunajte usmjerenu derivaciju vektorskog polja \mathbf{f} u točki T , u smjeru vektora \mathbf{s} ako je:

(a) $\mathbf{f}(x, y, z) = 4z \mathbf{i} + xz \mathbf{j} + xy \mathbf{k}$, $\mathbf{s} = \mathbf{i} - \mathbf{k}$, $T(1, 0, -1)$,

(b) $\mathbf{f}(x, y, z) = e^x \mathbf{r}$, $\mathbf{r} = x \mathbf{i} + y \mathbf{j} + z \mathbf{k}$, $\mathbf{s} = \mathbf{j} - \mathbf{k}$, $T(1, 1, 1)$.

15. Izračunajte $(\mathbf{r}\nabla)\mathbf{v}$ ako je $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ i $\mathbf{v} = yz\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + xy\mathbf{k}$.
16. Izračunajte Δf ako je
- $f(x, y, z) = x^2y^3z^4$,
 - $f(x, y, z) = \cos r$, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.
17. Izračunajte $\nabla\mathbf{v}$ i $\nabla \times \mathbf{v}$ ako je:
- $\mathbf{v}(x, y, z) = x\mathbf{i} + 2y\mathbf{j} + 3z\mathbf{k}$,
 - $\mathbf{v}(x, y, z) = r^{-2} \cdot \mathbf{r}$, $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$, $r = |\mathbf{r}|$.
18. Izračunajte $\Delta\mathbf{v}$ za vektorska polja zadana u 17. zadatku.
19. Primjenjujući formalni račun s ∇ operatorom, izračunajte sljedeće izraze ako je \mathbf{a} konstantni vektor, a \mathbf{r} radijvektor:
- $\Delta[r(\mathbf{a} \times \mathbf{r})]$,
 - $\nabla[(\mathbf{a} \cdot \mathbf{r})(\mathbf{a} \times \mathbf{r})]$.
20. Ako je \mathbf{r} radijvektor, $r = |\mathbf{r}|$ i \mathbf{a} konstantni vektor, izračunajte:
- $\text{grad}(\text{div}(e^{2\sin r}\mathbf{r}))$,
 - $\text{div}\left[(\mathbf{a} \cdot \mathbf{r})\text{grad}\left(\frac{1}{r}\right)\right]$.

student**zadaci**

1.	1	6	11	16
3.	5	8	14	19
5.	3	6	11	16
7.	5	10	12	17
9.	2	10	13	20
11.	2	8	11	16
13.	4	6	15	18
15.	2	6	15	17
17.	4	7	14	19
19.	2	9	14	18
21.	3	9	12	16
23.	3	9	15	18
25.	3	10	12	16
27.	5	9	14	19
29.	2	7	14	17
31.	4	7	11	16
33.	1	9	11	16
35.	3	7	13	19
37.	2	9	12	16
39.	3	9	13	20
41.	4	10	12	17
43.	5	8	11	17
45.	3	8	11	16
47.	5	9	12	17
49.	3	7	11	16
51.	1	9	15	17
53.	3	10	14	19
55.	3	6	13	19
57.	4	6	14	19
59.	1	8	11	16
61.	4	9	13	19
63.	3	8	14	19
65.	5	10	12	17
67.	2	7	11	16
69.	4	9	14	20
71.	4	6	11	16
73.	5	7	13	20
75.	1	7	11	16
77.	4	8	13	20
79.	1	10	14	17

student**zadaci**

2.	2	8	15	18
4.	1	9	13	20
6.	4	9	15	18
8.	2	6	11	16
10.	5	9	13	20
12.	3	8	12	18
14.	4	8	15	18
16.	2	10	15	18
18.	5	6	14	19
20.	3	8	13	20
22.	1	6	13	19
24.	2	9	13	19
26.	5	7	15	18
28.	1	6	14	17
30.	3	7	14	18
32.	4	9	12	17
34.	1	10	13	19
36.	4	10	15	18
38.	1	8	14	17
40.	4	7	15	18
42.	5	6	11	17
44.	2	7	13	19
46.	5	7	11	17
48.	1	7	12	20
50.	1	8	12	19
52.	2	7	12	20
54.	5	10	13	20
56.	4	8	11	17
58.	1	7	15	17
60.	3	10	15	18
62.	1	10	12	16
64.	5	6	15	18
66.	1	6	12	20
68.	3	6	14	18
70.	2	6	12	20
72.	4	10	14	20
74.	5	10	15	19
76.	2	8	13	20
78.	2	10	12	16
80.	5	8	15	18