7. DOMAĆA ZADAĆA

1. Izračunajte krivuljni integral $\int_{\mathcal{K}} f ds$ ako je:

   (a) $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$, $\mathcal{K} = \{(x,y) :\ x^2+y^2 = 4\}$,

   (b) $f(x,y) = y^2$, $\mathcal{K} \ldots\ x = a(t-\sin t), y = a(1-\cos t)$, $t \in [0, 2\pi]$,

   (c) $f(x,y) = x$, $\mathcal{K}$ je dio logaritamske spirale $r = ae^{k\varphi}$ $(k > 0)$, koji se nalazi unutar kružnice $r = a$.

2. Izračunajte $\int_{\mathcal{K}} f ds$ ako je:

   (a) $f(x,y,z) = xyz$, a $\mathcal{K}$ je luk krivulje $x = t$, $y = \dfrac{\sqrt{8t^3}}{3}$, $z = \dfrac{t^2}{2}$ od točke za koju je $t = 0$ do točke za koju je $t = 1$,

   (b) $f(x,y,z) = x^2$, a $\mathcal{K}$ je presječnica ploha $x^2+y^2+z^2 = a^2$, $x - y = 0$.

3. Izračunajte duljinu luka krivulje $\mathcal{K}$ ako je:

   (a) $x = 3t$, $y = 3t^2$, $z = 2t^2$ od točke $O(0,0,0)$ do točke $A(3,3,2)$, $t > 0$,

   (b) $x = e^{-t}\cos t$, $y = e^{-t}\sin t$, $z = e^{-t}$, $0 < t < \infty$.

4. Izračunajte sljedeće krivuljne integrale druge vrste:

   (a) $\int_{\mathcal{K}} y^2 dx + x^2 dy$, gdje je $\mathcal{K}$ luk krivulje $y^2 = x$ od točke $O(0,0)$ do točke $A(1,1)$,

   (b) $\int_{\mathcal{K}} (x^2 - y^2)dx + (x^2+y^2)dy$, gdje je krivulja $\mathcal{K}$ zadana parametarski sa $x = R\cos t$, $y = R\sin t$, od točke za koju je $t = 0$, do točke za koju je $t = \pi$,

   (c) $\oint_{\mathcal{K}} (x^2+y^2)dx + (x^2-y^2)dy$, gdje je $\mathcal{K}$ pozitivno orijentirana zatvorena krivulja zadana jednadžbom $|x-1| + |y-1| = 1$.

5. Izračunajte:

   (a) $\int_{\mathcal{K}} x^3 dx + 3zy^2 dy - x^2 y dz$, gdje je $\mathcal{K}$ dio pravca od točke $A(3,2,1)$ do točke $B(0,0,0)$,

   (b) $\int_{\mathcal{K}} zdx + xdy + ydz$, gdje je $\mathcal{K}$ zavojnica $x = a\cos t$, $y = a\sin t$, $z = at$ orijentirana u smjeru porasta aplikate ($z-$koordinate),

   (c) $\int_{\mathcal{K}} (2-z)dy$, gdje je krivulja $\mathcal{K}$ presječnica ploha $z = x^2+y^2$ i $z = 1 - x - y$, a orijentirana je pozitivno gledajući obilazak krivulje $\mathcal{K}$ iz točke $(0,0,2)$.

6. Izračunajte $\oint_{\mathcal{K}} ydx + zdy + xdz$ ako je krivulja $\mathcal{K}$ zadana kao presječnica ploha $x^2 + y^2 = 4$ i $x^2 = 2z$.

7. Izračunajte:

   (a) $\displaystyle\int_{(1,0,0)}^{(3,9,5)} \frac{xdx + ydy + zdz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$,

   (b) $\displaystyle\int_{(1,2,3)}^{(3,2,1)} yzdx + zxdy + xydz$.

8. Pokažite da su sljedeća vektorska polja potencijalna:

   (a) $\mathbf{v}(x, y, z) = \dfrac{x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$,

   (b) $\mathbf{v}(x, y, z) = (x^2 - 2yz)\mathbf{i} + (y^2 - 2xz)\mathbf{j} + (z^2 - 2xy)\mathbf{k}$.

9. Izračunajte potencijale vektorskih polja u 8. zadatku.

10. Nađite funkciju u ako je poznat njezin totalni diferencijal:

    (a) $du = (2x\cos y - y^2 \sin x)dx + (2y\cos x - x^2 \sin y)dy$,

    (b) $du = \left(1 - \dfrac{1}{y} + \dfrac{y}{z}\right) dx + \left(\dfrac{x}{z} + \dfrac{x}{y^2}\right) dy - \dfrac{xy}{z^2}dz$.

11. Izračunajte $\iint_S (x^2 + y^2)dS$, gdje je S sfera $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

12. Izračunajte koordinate težišta plohe $az = x^2 + y^2$, $0 \leq z \leq a$.

13. Izračunajte:

    (a) $\iint_S (x^2 + xy)dS$, gdje je S dio plohe $x^2 + y^2 = 1$, za koji je $0 \leq z \leq 4$,

    (b) $\iint_S zdS$, gdje je S dio plohe $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 1}$ za koji je $x^2 + y^2 < 4$.

14. Izračunajte $\iint_S zdxdy$, gdje je S vanjska strana elipsoida s poluosima a, b i c.

15. Izračunajte $\iint_S zdxdy + xdydz$, gdje je S dio vanjske strane plohe $z^2 = x^2 + y^2$, za koji je $x \geq 0$, $y \geq 0$, $0 \leq z < R$.

16. Izračunajte tok polja $\mathbf{v}$ kroz vanjsku stranu plohe S za koju je $z = xy$, $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 2$, ako je:

    (a) $\mathbf{v} = -xy^2\mathbf{i} + z\mathbf{j}$,

    (b) $\mathbf{v} = xz\mathbf{j} - xy\mathbf{k}$.

17. Primjenom teorema o divergenciji izračunajte:

$$\iint_S x^3 dydz + y^3 dxdz + zdxdy,$$

gdje je S dio plohe $z = 5 - x^2 - y^2$, $z > 2$, orijentirana tako da vektor normale na tu plohu zatvara sa $z-$osi šiljasti kut.

18. Primjenom teorema o divergenciji izračunajte:

$$\iint_S xdydz + ydxdz,$$

gdje je S vanjska strana dijela plohe $x^2 + y^2 = 1$ za koji je $0 < z < 1$.

19. Primjenom Stokesovog teorema izračunajte

$$\oint_{\mathcal{K}} (y+z)dx + (z+x)dy + (y+x)dz,$$

gdje je krivulja $\mathcal{K}$ presječnica ploha $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ i $x + y + z = 0$, koja je orijentirana tako da se projicira na pozitivno orijentiranu krivulju u $xy-$ravnini.

20. Primjenom Stokesovog teorema izračunajte

$$\oint_{\mathcal{K}} 2zdx + xdy + ydz,$$

gdje je $\mathcal{K}$ presjek ploha $z = x^2 + y^2$ i $z = y$.

student	zadaci				student	zadaci			
1.	5	8	14	19	**2.**	1	9	13	20
3.	3	6	11	16	**4.**	4	9	15	18
5.	5	10	12	17	**6.**	2	6	11	16
7.	2	10	13	20	**8.**	5	9	13	20
9.	2	8	11	16	**10.**	3	8	12	18
11.	4	6	15	18	**12.**	4	8	15	18
13.	2	6	15	17	**14.**	2	10	15	18
15.	4	7	14	19	**16.**	5	6	14	19
17.	2	9	14	18	**18.**	3	8	13	20
19.	3	9	12	16	**20.**	1	6	13	19
21.	3	9	15	18	**22.**	2	9	13	19
23.	3	10	12	16	**24.**	5	7	15	18
25.	5	9	14	19	**26.**	1	6	14	17
27.	2	7	14	17	**28.**	3	7	14	18
29.	4	7	11	16	**30.**	4	9	12	17
31.	1	9	11	16	**32.**	1	10	13	19
33.	3	7	13	19	**34.**	4	10	15	18
35.	2	9	12	16	**36.**	1	8	14	17
37.	3	9	13	20	**38.**	4	7	15	18
39.	4	10	12	17	**40.**	5	6	11	17
41.	5	8	11	17	**42.**	2	7	13	19
43.	3	8	11	16	**44.**	5	7	11	17
45.	5	9	12	17	**46.**	1	7	12	20
47.	3	7	11	16	**48.**	1	8	12	19
49.	1	9	15	17	**50.**	2	7	12	20
51.	3	10	14	19	**52.**	5	10	13	20
53.	3	6	13	19	**54.**	4	8	11	17
55.	4	6	14	19	**56.**	1	7	15	17
57.	1	8	11	16	**58.**	3	10	15	18
59.	4	9	13	19	**60.**	1	10	12	16
61.	3	8	14	19	**62.**	5	6	15	18
63.	5	10	12	17	**64.**	1	6	12	20
65.	2	7	11	16	**66.**	3	6	14	18
67.	4	9	14	20	**68.**	2	6	12	20
69.	4	6	11	16	**70.**	4	10	14	20
71.	5	7	13	20	**72.**	5	10	15	19
73.	1	7	11	16	**74.**	2	8	13	20
75.	4	8	13	20	**76.**	2	10	12	16
77.	1	10	14	17	**78.**	5	8	15	18
79.	1	6	11	16	**80.**	2	8	15	18